

2011年 第2問

2 2つの数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ が次の漸化式で与えられているとする.

$$\begin{cases} a_1 = 4, b_1 = 3 \\ a_{n+1} = 4a_n - 3b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \\ b_{n+1} = 3a_n + 4b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

このとき、以下の問いに答えなさい.

- (1) $a_2, a_3, a_4, b_2, b_3, b_4$ を求めなさい.
- (2) $a_{n+4} - a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$), $b_{n+4} - b_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) はともに5の倍数であることを証明しなさい.
- (3) a_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) も b_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) も5の倍数ではないことを証明しなさい.