



2015年教育(数学)第6問

6  $b$ と $c$ を $b^2 + 4c > 0$ を満たす実数として、 $x$ に関する2次方程式 $x^2 - bx - c = 0$ の相異なる解を $\alpha$ ,  $\beta$ とする. 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_n = \alpha^{n-1} + \beta^{n-1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

により定める. このとき, つぎの問いに答えよ.

(1) 数列 $\{a_n\}$ は漸化式

$$a_{n+2} = ba_{n+1} + ca_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たすことを示せ.

(2) 数列 $\{a_n\}$ の項 $a_n$ がすべて整数であるための必要十分条件は,  $b$ ,  $c$ がともに整数であることである. これを証明せよ.