北海道大学

2014年 理系 第5問

5 $f(x)=\int_x^{x+\frac{\pi}{3}} |\sin\theta|\,d\theta$ とおく.

(1) $f'(x)$ を求めよ.

(2) $0 \leqq x \leqq \pi$ における $f(x)$ の最大値と最小値，およびそのときの x を求めよ.

(1) $G'(\theta)=|\sin\theta|$ となる関数 $G(\theta)$ を用いると.

$f(x)=G\left(x+\frac{\pi}{3}\right)-G(x)$

$\therefore f'(x)=\left|\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\right|-|\sin x|$ //

(2) (1)より $f'(x)=0$ となるのは.

- $0 \leqq x \leqq \frac{2}{3}\pi$ のとき $\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)-\sin x=0$

$\therefore \sin\left(x+\frac{2}{3}\pi\right)=0$ $\therefore x=\frac{\pi}{3}$

- ~~$\frac{2}{3}\pi$~~

$\frac{2}{3}\pi < x \leqq \pi$ のとき. $-\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)-\sin x=0$

$\therefore \sqrt{3}\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=0$ $\therefore x=\frac{5}{6}\pi$

x	0	$\cdots$	$\frac{\pi}{3}$	$\cdots$	$\frac{5}{6}\pi$	$\cdots$	π
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↗	1	↘		↗	

最大 $2-\sqrt{3}$ 極最小

$\therefore$ 最大値は $f\left(\frac{\pi}{3}\right)=\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} |\sin\theta|\,d\theta$

$=\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \sin\theta\,d\theta$

$=\left[-\cos\theta\right]_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}}$

$=1$ //

最小値は ~~$f\left(\frac{\pi}{3}\right)$~~

$f\left(\frac{5}{6}\pi\right)=\int_{\frac{5}{6}\pi}^{\frac{7}{6}\pi} |\sin\theta|\,d\theta = 2\int_{\frac{5}{6}\pi}^{\pi} \sin\theta\,d\theta$

$=2\left[-\cos\theta\right]_{\frac{5}{6}\pi}^{\pi} = 2-\sqrt{3}$ //