上智大学

2011 年 理工学部 第 4 問

$\boxed{4}$ 実数 x に対し，x を超えない最大の整数を $[x]$ で表す．

自然数 $n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$ に対して，n が $[\sqrt{n}]$ の整数倍で表せるとき，そのような n を小さいものから順に並べて

$$n_1,\ n_2,\ n_3,\ \cdots$$

とする．

(1) $n_5=\boxed{\text{マ}}$ である．

(2) 自然数 p に対して，$[\sqrt{n}]=p$ をみたす自然数 n の集合を M_p とする．M_p の要素で p の整数倍であるものは全部で $\boxed{\text{ミ}}$ 個ある．

(3) 自然数 m に対して，

$$S_m=\sum_{i=1}^{m} n_i$$

とおく．$k \geqq 1$ のとき，S_{3k-2}，S_{3k-1}，S_{3k} はいずれも k の多項式で，それぞれの k の 1 次の項の係数は S_{3k-2}，S_{3k-1}，S_{3k} の順に $\boxed{\text{ム}}$，$\boxed{\text{メ}}$，$\boxed{\text{モ}}$ である．また，S_{3k-2}，S_{3k-1}，S_{3k} は共通の因数 $\left(k+\boxed{\text{ヤ}}\right)$ をもつ．

(4) $\displaystyle\lim_{m\to\infty}\frac{\sqrt[3]{S_m}}{m}=\frac{\boxed{\text{ユ}}}{\boxed{\text{ヨ}}}$ である．