



2016年文系第2問

2 等式

$$f'(x) = x^2 + 2\left(\int_0^1 f(t) dt\right)x$$

を満たす関数 $y = f(x)$ を考える. $c = \int_0^1 f(t) dt$ とおく.

$$(1) f(x) = \frac{1}{3}x^3 + cx^2 + \left(\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}c - \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エオ}}}\right) \text{であり,}$$

$$f(0) = 1 \text{ のとき, } c = \frac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}} \text{ である.}$$

(2) $c < 0$ とし, $f(x)$ は $0 \leq x \leq 1$ において $x = 1$ で最大値をとるものとする. このとき, c のとりうる最小の値は

$$\frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

であり, $f(x)$ の $0 \leq x \leq 1$ における最小値は c を用いて

$$\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}c^{\boxed{\text{セ}}} + \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}c - \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$$

と表すことができる.

(3) 座標平面において, 関数 $y = f(x)$ のグラフと直線

$$y = -\frac{3}{4}c^2x - \frac{1}{12}$$

が点 $(-1, f(-1))$ で接するとき, $c = \boxed{\text{ト}}$ である. このとき, 2つのグラフのもう1つの共有点の x 座標は $\boxed{\text{ナニ}}$ である.