



2010年理系第5問

5 座標平面において、点  $P_n(a_n, b_n)$  ( $n \geq 1$ ) を

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{n-1} \\ b_{n-1} \end{pmatrix} \quad (n \geq 2)$$

で定める。このとき、以下の問に答えよ。

- (1)  $a_n, b_n$  を  $n$  と  $\theta$  を用いて表せ。
- (2)  $\theta = \frac{\pi}{3}$  のとき、自然数  $n$  に対して、線分  $P_n P_{n+1}$  の長さ  $l_n$  を求めよ。
- (3) (2) で求めた  $l_n$  に対して、 $\sum_{n=1}^{\infty} l_n$  を求めよ。