



2013年 総合理工 (数理・情報システム) 第1問

 数理  
石井K

1 次の問いに答えよ。

- (1)  $k, l$  を自然数で,  $k > l$  とする.  $l$  から  $k$  までの  $k-l+1$  個の自然数から, 同じものを繰り返し使うことを許して 3 個取り出して並べた数列を作る. そのうち,  $k$  と  $l$  の両方を含む数列の総数を  $k$  と  $l$  を用いて表せ.
- (2) さいころを 3 回投げるとき, 3 つ出た目の最大値を  $M$ , 最小値を  $m$  とし,  $R = M - m$  とする.  $R$  の期待値を求めよ.

(1) 数列は全部で  $(k-l+1)^3$  個あり, そのうち  $k$  を含まないものは  $(k-l)^3$  個,  
 $l$  を含まないものは  $(k-l)^3$  個,  $k$  も  $l$  も含まないものは  $(k-l-1)^3$  個であるから  
 $k$  と  $l$  の両方を含む数列の総数は,  $A = k-l$  とおくと,

$$\begin{aligned} (k-l+1)^3 - \{(k-l)^3 + (k-l)^3 - (k-l-1)^3\} &= (A+1)^3 + (A-1)^3 - 2A^3 \\ &= 6A \\ &= \underline{6(k-l)} \text{ 個} // \end{aligned}$$

(2) (i)  $R = 5$  となるときを考える
 $M = 6, m = 1$  であるから (1) において,  $l = 1, k = 6$  のときであるから  $6 \times 5 = 30$  通り
(ii)  $R = 4$  となるとき
 $M = 6, m = 2 \dots$  (1) において,  $l = 2, k = 6$  のときであり,  $6 \times 4 = 24$  通り

 $M = 5, m = 1 \dots$  同様に 24 通り
(iii)  $R = 3$  となるとき
$$\left. \begin{array}{l} M = 6, m = 3 \\ M = 5, m = 2 \\ M = 4, m = 1 \end{array} \right\} \text{(1)より, 各 18 通り}$$
(iv)  $R = 2$  となるとき
$$\left. \begin{array}{l} M = 6, m = 4 \\ M = 5, m = 3 \\ M = 4, m = 2 \\ M = 3, m = 1 \end{array} \right\} \text{(1)より各 12 通り}$$
(v)  $R = 1$  となるとき.  $(M, m) = (6, 5), (5, 4), (4, 3), (3, 2), (2, 1)$  各 6 通り

$$(i) \sim (v) \text{より, 期待値は, } 5 \cdot \frac{30}{6^3} + 4 \cdot \frac{48}{6^3} + 3 \cdot \frac{54}{6^3} + 2 \cdot \frac{48}{6^3} + 1 \cdot \frac{30}{6^3} = \underline{\underline{\frac{35}{12}}} //$$