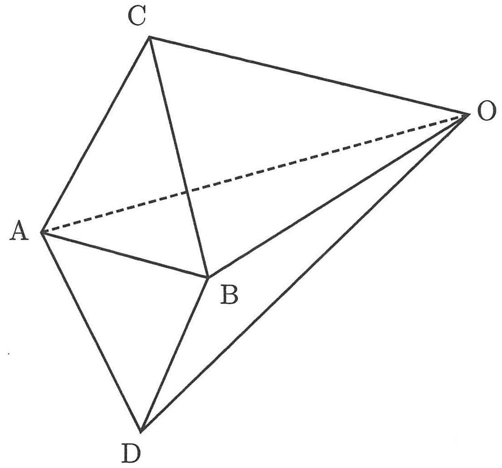
2015年 工学部 第1問

$\boxed{1}$ 四面体OABCにおいて，三角形ABCは1辺の長さが1の正三角形であり，OA = OB = OC = 2とする．また，点Cを通り平面OABに垂直な直線上に点Dがあり，線分CDの中点Hは平面OABに含まれるとする．すなわち，点Dは平面OABに関して，点Cと対称な点である．



$\overrightarrow{OA} = \vec{a}$，$\overrightarrow{OB} = \vec{b}$，$\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおいて，次に答えよ．

(1) 内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ および $\overrightarrow{BC}\cdot\vec{a}$ を求めよ．

(2) $\overrightarrow{OH}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ で表せ．また，$\overrightarrow{OD}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ で表せ．

(3) 直線BHと直線OAの交点をPとする．$\overrightarrow{BP}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ で表し，$\overrightarrow{BP}\cdot\vec{a}$ を求めよ．さらに，OPおよびBPの長さを求めよ．

(4) (3)で定めた点Pに対して，四角形BCPDの面積 S を求めよ．また，四角錐O-BCPDの体積 V を求めよ．