

2012年 生命環境（環境・情報）第4問

4 n を自然数とする．整数を成分にもつ行列

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & x \\ y & z \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

は $AB = BA$, $B^2 - 3B + 2E = O$ を満たすとする．ただし $x \neq y$ とする．以下の問いに答えよ．

- (1) $a > b > c > d$, $bc > 0$ かつ $A^2 = 18E$ のとき, a, b, c, d の値をすべて求めよ.
- (2) $B^n = p_n B + q_n E$ で定まる数列 $\{p_n\}$, $\{q_n\}$ の一般項をそれぞれ求めよ.
- (3) $a = 3, b = 2, c = -4, d = -3$ のとき, x, y, z の値および $(AB)^{2n}$ を求めよ.