

2011年医学部第3問

3 曲線 $y = e^{ax+b}$ ($a \geq 1$) と曲線 $y = e^{-x}$ が一点で交わり、交点におけるそれぞれの接線が垂直に交わっているとする。次の問いに答えよ。

- (1) 交点の座標を $(x(a), y(a))$ とおくとき、 $b, x(a), y(a)$ をそれぞれ a を用いて表せ。
(2) 曲線 $y = e^{ax+b}$ ($a \geq 1$) を $C(a)$ で表す。曲線 $C(a)$ と曲線 $C(a+1)$ の交点の x 座標を $X(a)$ とおくとき、

$$\lim_{a \rightarrow \infty} (X(a) - x(a))$$

を求めよ。

- (3) $X(a) - x(a)$ は $a \geq 1$ のとき単調減少であることを示せ。