



2012年工学部第4問

$$\boxed{4} \quad A = \begin{pmatrix} -2 & 6 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad P = \begin{pmatrix} 1 & \frac{6}{5} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{とする.}$$

(1) すべての自然数 n に対して $P^{-1}A^nP = \begin{pmatrix} (-2)^n & 0 \\ 0 & 3^n \end{pmatrix}$ が成り立つことを示せ.

(2) 数列 $\{a_n\}$ を関係式 $a_1 = 1, a_{n+1} = -2a_n + 6 \cdot 3^{n-1} (n = 1, 2, 3, \dots)$ で定める. このとき, すべての自然数 n に対して $A^n \begin{pmatrix} a_1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{n+1} \\ 3^n \end{pmatrix}$ が成り立つことを示せ.

(3) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ.