

2017年理系第1問

1  $n$  を自然数とし、 $e$  を自然対数の底とする。関数

$$f(x) = x^{n-1}e^{-x}$$

について、以下の問いに答えなさい。

- (1) すべての自然数  $n$  に対して、 $x \geq 0$  のとき  $e^x > \frac{x^n}{n!}$  が成り立つことを、 $n$  に関する数学的帰納法によって示しなさい。
- (2) 極限  $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x)$  を求めなさい。
- (3)  $n \geq 3$  の場合に、 $x > 0$  の範囲における  $f(x)$  の最大値、およびそのときの  $x$  の値を求めなさい。また、 $x > 0$  の範囲における  $y = f(x)$  のグラフの変曲点の  $x$  座標を求めなさい。