

2012年理系第1問

1 e は自然対数の底とする. $f(x) = x \log x$ ($x > 0$, $\log x$ は x の自然対数)とおく. $t > e$ とするとき, 以下の問いに答えなさい.

- (1) 曲線 $y = f(x)$ 上の点 A における接線の傾きが $\log t$ となるとき, A の x 座標 $a(t)$ を求めなさい.
- (2) $x \geq 1$ の範囲において, 曲線 $y = f(x)$ と x 軸および直線 $x = a(t)$ で囲まれた部分の面積 $S(t)$ を求めなさい.
- (3) $t \rightarrow \infty$ のとき, $\frac{S(t)}{t^p \log t}$ が 0 でない値に収束するような正の定数 p の値を求めなさい. また, そのときの $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{S(t)}{t^p \log t}$ を求めなさい.