

2014年理系第2問

$$\begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix}$$
  $2$  次正方行列  $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ についての条件

(\*) 
$$a = d$$
 かつ  $b = -c$ 

を考える. (\*) を満たす M に対して,実数 f(M) を  $f(M) = \sqrt{a^2 + b^2}$  と定める.以下の問いに答えなさい.

- (1) 2次正方行列 A, Bがともに (\*) を満たすならば、積 AB も (\*) を満たすことを証明しなさい.
- (2) 2次正方行列 A, Bがともに (\*) を満たすならば, f(AB) = f(A)f(B)が成り立つことを証明しなさい.
- (3)  $A=16\begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$ に対して  $f(A^n)$  が十進法で 10 けた以上となる自然数 n のうち最小のものを求めなさい。 ただし,本問においては  $\log_{10}2=0.301$  とする。