

2016年理系第1問

1  $a$  と  $b$  を  $0 \leq a \leq 1$ ,  $0 \leq b < 1$  をみたす定数とする. 数列  $\{a_n\}$  を次の条件によって定める.

$$a_1 = a, \quad a_{n+1} = \frac{1}{2}(a_n^2 + b) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$c = 1 - \sqrt{1 - b}$  とおく. 以下の問いに答えなさい.

- (1)  $0 \leq a_n \leq 1$  が成り立つことを示しなさい.
- (2)  $a_{n+1} - c = \frac{1}{2}(a_n + c)(a_n - c)$  が成り立つことを示しなさい.
- (3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = c$  が成り立つことを示しなさい.