2017 年 都市教養（理系） 第 3 問

3 各項が実数である無限数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ に対し，関数

$$f_n(x)=\frac{a_nx-b_n}{(2^{n+1}-2)x-(2^{n+1}-1)} \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

を考える．ただし，$a_1=0$，$b_1=1$ とする．$n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$ に対し，

$$f_{n+1}(x)=f_n(f_1(x)) \quad \left(x\neq\frac{3}{2},\ x\neq\frac{2^{n+2}-1}{2^{n+2}-2}\right)$$

が成り立つとき，以下の問いに答えなさい．

(1) $f_2(x)$ と a_2，b_2 を求めなさい．

(2) $t=f_1(t)=f_2(t)=f_3(t)=\cdots$ をみたす実数 t をすべて求めなさい．

(3) 数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ の一般項をそれぞれ求めなさい．