

2017年 都市教養（理系）第3問

3 各項が実数である無限数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  に対し, 関数

$$f_n(x) = \frac{a_n x - b_n}{(2^{n+1} - 2)x - (2^{n+1} - 1)} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を考える. ただし,  $a_1 = 0$ ,  $b_1 = 1$  とする.  $n = 1, 2, 3, \dots$  に対し,

$$f_{n+1}(x) = f_n(f_1(x)) \quad \left( x \neq \frac{3}{2}, x \neq \frac{2^{n+2} - 1}{2^{n+2} - 2} \right)$$

が成り立つとき, 以下の問いに答えなさい.

- (1)  $f_2(x)$  と  $a_2$ ,  $b_2$  を求めなさい.
- (2)  $t = f_1(t) = f_2(t) = f_3(t) = \dots$  をみたす実数  $t$  をすべて求めなさい.
- (3) 数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  の一般項をそれぞれ求めなさい.