

2016年都市教養（文系）第2問

2 数直線上に2点  $Q(-1)$  と  $P_1\left(\frac{1}{2}\right)$  をとり、線分  $QP_1$  を  $3:1$  に外分する点を  $P_2$ 、線分  $QP_2$  を  $3:1$  に外分する点を  $P_3$  とする。以下同様に  $n = 1, 2, \dots$  に対し線分  $QP_n$  を  $3:1$  に外分する点を  $P_{n+1}$  とする。また  $P_n$  の座標を  $a_n$  とする。このとき、以下の問いに答えなさい。

- (1)  $A$  を数直線上の  $Q$  と異なる点とする。線分  $QA$  を  $3:1$  に外分する点が  $P_1$  であるとき、 $A$  の座標  $a$  を求めなさい。
- (2) すべての自然数  $n$  に対して

$$a_n = \left(\frac{3}{2}\right)^n - 1$$

が成り立つことを  $n$  に関する数学的帰納法で証明しなさい。

- (3)  $999 < a_n < 9999$  をみたす自然数  $n$  をすべて求めなさい。ただし、本問では  $\log_{10} 2 = 0.3010$ 、 $\log_{10} 3 = 0.4771$  とする。