



2015年工学部(2日目)第1問

 数理
石井K

1 次の各問に答えよ。

- (1) 2次方程式 $(a-1)x^2 + 2(a+1)x + a+2 = 0$ が重解をもつとき、定数 a の値とその重解を求めよ。
 (2) $0 \leq \theta \leq \pi$ で、 $\sin\theta \cos\theta = -\frac{1}{4}$ となる θ の値をすべて求めよ。
 (3) x, y が $x^2 + y^2 = 4$ を満たすとき、 $2x + y^2$ の最大値と最小値、およびそのときの x, y の値を求めよ。

(1) 方程式が2次方程式であることより、 $a \neq 1$ …①このとき、判別式を D とすると、

$$\begin{aligned} D/4 &= (a+1)^2 - (a-1)(a+2) \\ &= a+3 \end{aligned}$$

∴ 重解をもつことより、 $D=0$ ∴ $a=-3$ 、これは①をみたす。そのとき方程式は、 $-4x^2 - 4x - 1 = 0$

$$\therefore (2x+1)^2 = 0 \quad \therefore \text{重解は } \underline{x = -\frac{1}{2}}$$

(2) $2 \sin\theta \cos\theta = -\frac{1}{2}$ ∴ $\sin 2\theta = -\frac{1}{2}$

$$0 \leq 2\theta \leq 2\pi \text{ より、} \quad 2\theta = \frac{7}{6}\pi, \frac{11}{6}\pi \quad \therefore \underline{\theta = \frac{7}{12}\pi, \frac{11}{12}\pi}$$

(3) $y^2 = 4 - x^2$ より、

$$\begin{aligned} 2x + y^2 &= -x^2 + 2x + 4 \\ &= -(x-1)^2 + 5 \end{aligned}$$

ここで、 $-2 \leq x \leq 2$ より、
最大値は 5 ($x=1, y=\pm\sqrt{3}$ のとき)、最小値は -4 ($x=-2, y=0$ のとき)