2015年 薬学部（2日目）第2問

増田

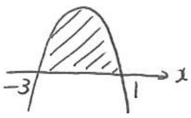
$\boxed{2}$ kを正の定数とする．放物線 $y=-x^2-2x+3$ ……① と直線 $y=k$ ……② について，次の各問に答えよ．

(1) 放物線①と x 軸で囲まれた図形の面積を求めよ．

(2) 放物線①と直線②が2点A，Bで交わっているとき，原点Oと2点A，Bを結んでできる△OABの面積の最大値を求めよ．

(1) $y=-x^2-2x+3$

$\quad = -(x-1)(x+3)$



求める面積は

$$\int_{-3}^{1}\{-(x-1)(x+3)\}dx$$

$$= \frac{1}{6}\{1-(-3)\}^3 = \frac{4^3}{6} = \frac{32}{3}$$

(2) ①と②の交点は

$-x^2-2x+3=k$

$x^2+2x+(k-3)=0$

$x=-1\pm\sqrt{1-(k-3)}$

$\quad =-1\pm\sqrt{4-k}$

$y=-x^2-2x+3$
$=-(x+1)^2+4$
と2点で交わるので、$k<4$
$\therefore 4-k>0$

線分ABのキョリは、

$(-1+\sqrt{4-k})-(-1-\sqrt{4-k})$

$\quad = 2\sqrt{4-k}$

△OABの面積を $S(k)$ とおくと、

$$S(k)=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{4-k}\times k$$

$$= k\sqrt{4-k}$$

$$S'(k)=\sqrt{4-k}-\frac{k}{2\sqrt{4-k}}$$

$$= \frac{8-3k}{2\sqrt{4-k}}$$

k	0		$\frac{8}{3}$		4
$S'(k)$		+	0	−	
$S(k)$		↗	最大	↘	

$k=\frac{8}{3}$ のとき $S(k)$ は最大値をとり、

$$S\left(\frac{8}{3}\right)=\frac{16\sqrt{3}}{9}$$