



2016年薬学部(2日目)第1問

増田

1 次の各問に答えよ。

(1) 赤玉4個, 白玉5個が入っている袋がある。

- (i) この袋から5個の玉を取り出すとき, 赤玉と白玉がそれぞれ少なくとも2個取り出される確率を求めよ。  
 (ii) この袋から2個の玉を取り出し, 玉の色を確認してから, それらの玉を袋に戻す。この試行を2回繰り返すとき, 赤玉が偶数個取り出される確率を求めよ。ただし, 0は偶数に含めるものとする。

(2)  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ,  $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$  で,  $2\cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1 = \frac{1}{\sqrt{10}}$ ,  $\tan 2\beta = -\frac{4}{3}$  である。(i)  $\tan \alpha$  の値を求めよ。(ii)  $\alpha + \beta$  の値を求めよ。

(1)(i) 赤3コ 白2コ か 赤2コ 白3コ

(求める確率)

$$\begin{aligned} &= \frac{{}^4C_3 \times {}^5C_2}{{}^9C_5} + \frac{{}^4C_2 \times {}^5C_3}{{}^9C_5} \\ &= \frac{4 \times \frac{5 \cdot 4}{2} + \frac{4 \cdot 3}{2} \times \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1}}{\frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}} \\ &= \frac{60 + 40}{9 \times 7 \times 2} = \frac{50}{63} \# \end{aligned}$$

(ii) 赤玉の個数は0コ, 2コ, 4コのいずれかが有り得る。

① 赤玉0コの確率(2回とも白2コ)

$$\frac{{}^5C_2}{{}^9C_2} \times \frac{{}^5C_2}{{}^9C_2}$$

② 赤玉2コの確率((1回目, 2回目)=(2, 0), (0, 2), (1, 1)の3通り)

$$\begin{aligned} &\frac{{}^4C_2}{{}^9C_2} \times \frac{{}^5C_2}{{}^9C_2} + \frac{{}^5C_2}{{}^9C_2} \times \frac{{}^4C_2}{{}^9C_2} \\ &\quad + \frac{4 \cdot 5}{9C_2} \times \frac{4 \cdot 5}{9C_2} \end{aligned}$$

③ 赤玉4コの確率(2回とも赤2コ)

$$\frac{{}^4C_2}{{}^9C_2} \times \frac{{}^4C_2}{{}^9C_2}$$

①, ②, ③の確率を足し合わせる

$$\frac{100 + 60 + 60 + 400 + 36}{36 \times 36} = \frac{41}{81} \#$$

(2)(i) 倍角の公式  $\cos 2\theta = 2\cos^2 \theta - 1$  より,

$$2\cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1 = \cos 2 \cdot \frac{\alpha}{2} = \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{3}{1} \#$$

(ii)  $\tan 2\beta = \frac{2 \tan \beta}{1 - \tan^2 \beta} = -\frac{4}{3}$ 

$$\tan \beta = X (< 0) \text{ とおく。}$$

$$6X = -4(1 - X^2)$$

$$2X^2 - 3X - 2 = 0$$

$$(X - 2)(2X + 1) = 0$$

$$X = 2, -\frac{1}{2}$$

$$X < 0 \text{ より, } \tan \beta = -\frac{1}{2}$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$= \frac{\frac{3}{1} + (-\frac{1}{2})}{1 - \frac{3}{1} \cdot (-\frac{1}{2})} = 1$$

$$\frac{\pi}{2} < \alpha + \beta < \frac{3}{2}\pi \text{ より, } \alpha + \beta = \frac{5}{4}\pi \#$$