崇城大学

2016年 工学部（1日目）第2問

増田

$\boxed{2}$ aを定数とする．2つの放物線$C_1: y=x^2$，$C_2: y=(x-a)^2$と直線$\ell: y=2x-7$があり，C_2はℓに接するとき，次の各問に答えよ．

(1) aの値，およびC_1とC_2の交点の座標を求めよ．

(2) 2つの放物線C_1，C_2と直線ℓおよびy軸で囲まれた図形の面積を求めよ．

(1) C_2とℓの接点のx座標をpとすると，

$2(p-a)=2$ …①

$(p-a)^2=2p-7$ …②

①より $p=a+1$

②に代入して $(a+1-a)^2=2(a+1)-7$

$\underline{a=3}$ //

C_1とC_2の交点は

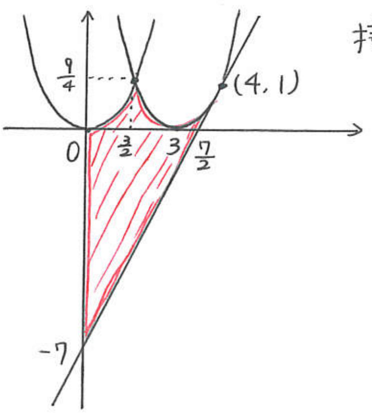
$x^2=(x-3)^2$

$x^2=x^2-6x+9$

$x=\frac{3}{2}$，$y=x^2=\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$

よって $\underline{\left(\frac{3}{2}, \frac{9}{4}\right)}$ //

(2)



接点の座標
$(4, 2\times4-7)$
$=(4, 1)$

求める図形の面積は図の斜線部分。Sとおく。
いくつかに分割して考えると，

$$S=\int_0^{\frac{3}{2}} x^2\,dx+\int_{\frac{3}{2}}^{4}(x-3)^2\,dx$$

$$-\left(4-\frac{7}{2}\right)\times1\times\frac{1}{2}+\frac{7}{2}\times7\times\frac{1}{2}$$

$$=\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^{\frac{3}{2}}+\left[\frac{(x-3)^3}{3}\right]_{\frac{3}{2}}^{4}-\frac{1}{4}+\frac{49}{4}$$

$$=\frac{9}{8}+\frac{1}{3}+\frac{9}{8}+12$$

$$=\underline{\frac{175}{12}}\ //$$