崇城大学

2016年 工学部（1日目）第3問

数理 石井K

$\boxed{3}$ c を定数とする．次の漸化式によって定められる数列 $\{a_n\}$（$n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$）について，次の各問に答えよ．

$$a_1=1,\quad a_{2n}=a_{2n-1}+cn^2+n,\quad a_{2n+1}=a_{2n}+n+1$$

(1) $a_5-a_3=29$ であるとき，c の値を求めよ．

(2) c が (1) で求めた値であるとき，a_{2n-1} および a_{2n} を n を用いて表せ．

(1) $a_5=a_4+3$

$\quad =a_3+4c+2+3$

$\quad =a_3+4c+5$

$\therefore a_5-a_3=4c+5$

$\therefore a_5-a_3=29$ より．$\underline{c=6}$〃

(2) $a_{2n}=a_{2n-1}+6n^2+n$

$\quad =a_{2n-2}+n+6n^2+n$

$\therefore a_{2n}-a_{2n-2}=6n^2+2n \quad (n\geqq 2)$

$\therefore \displaystyle\sum_{k=2}^{n}(a_{2k}-a_{2k-2})=6\sum_{k=2}^{n}k^2+2\sum_{k=2}^{n}k$

$\therefore a_{2n}-a_2=n(n+1)(2n+1)-6+n(n+1)-2$

ここで，$a_2=a_1+6+1=8$ より　$\underline{a_{2n}=2n(n+1)^2}$〃

$a_{2n+1}=a_{2n}+n+1=(n+1)(2n^2+2n+1)$

$\therefore$ $n\geqq 2$ のとき．$a_{2n-1}=n\{2(n-1)^2+2(n-1)+1\}=n(2n^2-2n+1)$

これは $n=1$ のときも成り立つので

$\underline{a_{2n-1}=n(2n^2-2n+1)}$〃