崇城大学

2016年 工学部（2日目） 第1問

数理 石井K

$\boxed{1}$ 次の各問に答えよ．

(1) 2次方程式 $x^2-4kx-7k+2=0$ が異なる2つの正の解をもつような定数 k の値の範囲を求めよ．

(2) $0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，方程式 $\sin 2\theta - \sin\theta + 2\cos\theta - 1 = 0$ を解け．

(3) 関数 $f(x) = 4^{x+1} - 2^{x+2} + 2$ $(-2 \leqq x \leqq 1)$ の最大値と最小値，およびそのときの x の値を求めよ．

(1) 判別式を D とすると，

$$\frac{D}{4} = (-2k)^2 - 1\cdot(-7k+2)$$
$$= 4k^2+7k-2$$
$$= (4k-1)(k+2)$$

$D>0$ より，$k<-2$，$\frac{1}{4}<k$ …①

解と係数の関係より，$\alpha+\beta = 4k > 0$ かつ $\alpha\beta = -7k+2>0$

$\therefore$ $k>0$ かつ $k<\frac{2}{7}$ $\Leftrightarrow$ $0<k<\frac{2}{7}$ …②

①，②より，$\underline{\frac{1}{4}<k<\frac{2}{7}}$ //

(2) $2\sin\theta\cos\theta - \sin\theta + 2\cos\theta - 1 = 0 \Leftrightarrow (\sin\theta+1)(2\cos\theta-1)=0$

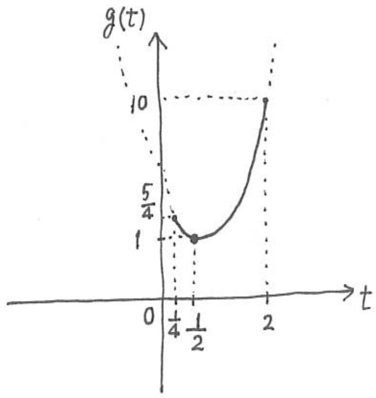
よって，$\sin\theta=-1$ または $\cos\theta=\frac{1}{2}$

$0\leqq\theta<2\pi$ より，$\underline{\theta = \frac{\pi}{3}, \frac{3}{2}\pi, \frac{5}{3}\pi}$ //

(3) $f(x) = 4\cdot(2^x)^2 - 4\cdot 2^x + 2$ $(-2\leqq x\leqq 1)$

$t=2^x$ として，$f(x)$ を t で表したものを $g(t)$ とすると，

$$g(t) = 4t^2-4t+2 \quad \left(\frac{1}{4}\leqq t\leqq 2\right)$$
$$= 4(t^2-t)+2$$
$$= 4\left(t-\frac{1}{2}\right)^2+1$$



右図より，
$$\begin{cases} \text{最大値 } 10 \ (x=1 \text{のとき}) \\ \text{最小値 } 1 \ (x=-1 \text{のとき}) \end{cases}$$ //

$t=2 \Leftrightarrow x=1$

$t=\frac{1}{2} \Leftrightarrow x=-1$