



2015年工学部(1日目)第1問

1 次の各問に答えよ.

- (1) 不等式 $|x^2 - x - 6| \geq x + 2$ を解け.
 (2) 方程式 $2 \log_3 x - 2 \log_x 3 + 3 = 0$ を解け.
 (3) $AB = 1, AD = 2, 4AC = 3BD$ の平行四辺形 $ABCD$ がある. 対角線 AC, BD の長さを求めよ.

(1) $x^2 - x - 6 = (x-3)(x+2)$ より.

$$x^2 - x - 6 \geq 0 \text{ となるのは } x \leq -2, 3 \leq x$$

(i) $x \leq -2, 3 \leq x$ のとき.

$$x^2 - x - 6 \geq x + 2$$

$$\therefore x^2 - 2x - 8 \geq 0$$

$$\therefore (x-4)(x+2) \geq 0$$

$$\therefore x \leq -2, 4 \leq x \dots \textcircled{1}$$

これは場合分けの条件をみたら.

(ii) $-2 < x < 3$ のとき.

$$-x^2 + x + 6 \geq x + 2$$

$$\therefore x^2 \leq 4$$

$$\therefore -2 \leq x \leq 2$$

場合分けの条件を考えて.

$$-2 < x \leq 2 \dots \textcircled{2}$$

 $\textcircled{1}$ と $\textcircled{2}$ より. $x \leq 2, 4 \leq x$ //(2) 真数と底の条件より, $x > 0$ かつ $x \neq 1 \dots \textcircled{3}$

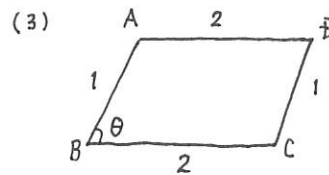
このとき. $2 \log_3 x - 2 \cdot \frac{\log_3 3}{\log_3 x} + 3 = 0$

$$\therefore 2(\log_3 x)^2 + 3 \log_3 x - 2 = 0$$

$$(2 \log_3 x - 1)(\log_3 x + 2) = 0$$

$$\therefore \log_3 x = \frac{1}{2}, -2$$

$$\therefore \underline{x = \sqrt{3}, \frac{1}{9}}$$
 これは $\textcircled{3}$ をみたら. //

 $\angle ABC = \theta$ とおくと余弦定理より

$$AC^2 = 1^2 + 2^2 - 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot \cos \theta$$

$$= 5 - 4 \cos \theta \dots \textcircled{4}$$

 $\angle BAD = 180^\circ - \theta$ より

$$BD^2 = 1^2 + 2^2 - 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot \cos(180^\circ - \theta)$$

$$= 5 + 4 \cos \theta \dots \textcircled{5}$$

$4AC = 3BD$ より $16AC^2 = 9BD^2$

これに $\textcircled{4}, \textcircled{5}$ を代入して

$$16(5 - 4 \cos \theta) = 9(5 + 4 \cos \theta)$$

$$\therefore 100 \cos \theta = 35$$

$$\therefore \cos \theta = \frac{7}{20}$$

$$\textcircled{4} \text{より } AC^2 = 5 - \frac{7}{5}$$

$$= \frac{18}{5}$$

$$\therefore \underline{AC = \frac{3\sqrt{10}}{5}, AD = \frac{4\sqrt{10}}{5}}$$