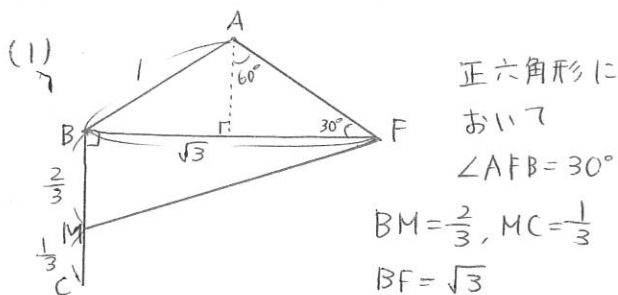


2015年薬学部(2日目)第3問

増田

3 1辺の長さが1の正六角形 ABCDEF において、辺 BC を 2:1 に内分する点を M、辺 CD 上の点を N とし、MF と AN の交点を P とする。次の各問に答えよ。

(1) $\cos \angle AFM$ の値を求めよ。(2) $AP : PN = 20 : 13$ のとき、 $CN : ND$ を求めよ。 $\triangle BMF$ において三平方の定理より

$$MF^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 + (\sqrt{3})^2 = \frac{31}{9}$$

$$MF = \frac{\sqrt{31}}{3}$$

$$\cos \angle BFM = \frac{BF}{MF} = \frac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{31}}{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{31}$$

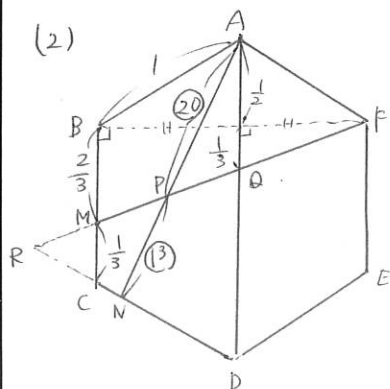
$$\sin \angle BFM = \sqrt{1 - \cos^2 \angle BFM} = \frac{2\sqrt{31}}{31}$$

$$\cos \angle AFM = \cos(\angle AFB + \angle BFM)$$

$$= \cos \angle AFB \cos \angle BFM - \sin \angle AFB \sin \angle BFM$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{3\sqrt{3}}{31} - \frac{1}{2} \times \frac{2\sqrt{31}}{31}$$

$$= \frac{7\sqrt{31}}{62} \#$$



FM の延長と DC
 の延長の交点を
 R とする。

$AF \parallel CD$ (RN)
 より、

 $\triangle APF \sim \triangle NPR$

相似比 20:13

$$AF : NR = 20 : 13$$

$$AF \text{ の長さは } 1 \text{ なので } NR = \frac{13}{20}$$

また、 $\triangle RMC$ と $\triangle FQA$ において、

$$\angle RCM = \angle FQA = 60^\circ$$

$$\angle MRC = \angle QFA \text{ (RN // AF の錯角)}$$

二組の角が等しいので

$$\triangle RMC \sim \triangle FQA$$

$$\text{ここで } AQ = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{5}{6}$$

$\triangle BMF$ において
 中点連結定理

$$\text{よって相似比は } MC : QA = \frac{1}{3} : \frac{5}{6} \\ = 2 : 5$$

$$\therefore RC : FA = 2 : 5$$

$$AF \text{ の長さは } 1 \text{ なので } RC = \frac{2}{5}$$

$$CN = RN - RC = \frac{13}{20} - \frac{2}{5} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$$

$$ND = CD - CN = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore CN : ND = \frac{1}{4} : \frac{3}{4} = 1 : 3$$