



2014年工学部・生命環境（生命工）第2問

2 実数を成分とする2次正方行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ が、実数 k に対し、 $A^2 - kA = (k-3)E$ を満たすとする。ただし、 E は2次の単位行列である。

- (1) $b \neq 0$ または $c \neq 0$ のとき、 $a + d$ および $ad - bc$ を k を用いた式で表せ。
- (2) 実数 k が $A \begin{pmatrix} 1 \\ k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ k \end{pmatrix}$ を満たすとき、 k の値を求めよ。
- (3) k を定数として、 bc が最大となるような a, d とそのときの bc を k を用いた式で表せ。また、そのような行列 A の例を k を用いて1つあげよ。
- (4) k を定数として、行列 A は bc が最大となる行列とする。行列 A で表される1次変換が、直線 $y = kx$ 上の各点 P を P 自身に移すとすると、 $A = E$ となることを示せ。