0001506273948999

高崎経済大学

2013年 経済・地域政策 第5問

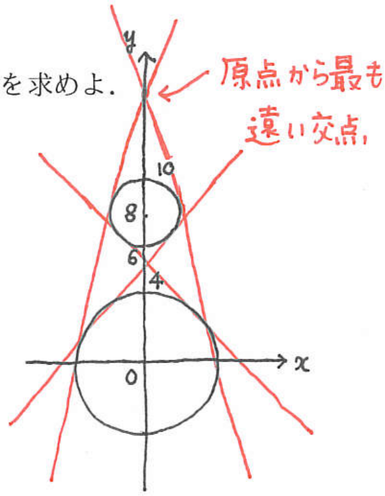
数理 石井K

$\boxed{5}$ 2つの円 $C_1 : x^2+y^2=16$ と $C_2 : x^2+(y-8)^2=4$ があるとき，以下の各問いに答えよ．

(1) C_1 と C_2 の両方に接する直線の本数を答えよ．

(2) C_1 と C_2 の両方に接する直線の方程式をすべて求めよ．

(3) C_1 と C_2 の両方に接する直線の交点のうち，原点から最も遠い交点の座標を求めよ．



(1) 円 C_1 の中心は原点で半径は4，

円 C_2 の中心は $(0, 8)$ で半径は2

∴ グラフは右のようになり，C_1 と C_2 は共有点をもたない

∴ 両方に接する直線は $\underline{4本}$ //

(2) 直線を $ax+by+c=0$ とおくと．点と直線のキョリ公式より．

$\dfrac{|c|}{\sqrt{a^2+b^2}}=4 \cdots ①$ かつ $\dfrac{|8b+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}=2 \cdots ②$

$\therefore \left|\dfrac{8b+c}{c}\right|=\dfrac{1}{2}$

(i) $\dfrac{8b}{c}+1=\dfrac{1}{2}$ のとき．$c=-16b$

∴ ①に代入して．$4|b|=\sqrt{a^2+b^2}$ ∴ 両辺を2乗して．$15b^2=a^2$

$\therefore a=\pm\sqrt{15}b$

∴ 直線の式は $\pm\sqrt{15}bx+by-16b=0$ y軸に平行ではないので $b\neq0$

$\therefore y=\pm\sqrt{15}x+16$

(ii) $\dfrac{8b}{c}+1=-\dfrac{1}{2}$ のとき．$c=-\dfrac{16}{3}b$

同様にして．$a=\pm\dfrac{\sqrt{7}}{3}b$ $\therefore y=\pm\dfrac{\sqrt{7}}{3}x+\dfrac{16}{3}$

(i),(ii)より．$\underline{y=\pm\sqrt{15}x+16,\ y=\pm\dfrac{\sqrt{7}}{3}x+\dfrac{16}{3}}$ //

(3) (1)のグラフより，求める点は $y=\sqrt{15}x+16$ と $y=-\sqrt{15}x+16$ の交点であり，

$\underline{(0, 16)}$ //