高崎経済大学

2010年 第2問

出題時にℓ_1, ℓ_2となっていたが
C_1, C_2の方がよいと思う

数理 石井K

$\boxed{2}$ 2つの放物線ℓ_1 (C_1) $: y = x^2$ と ℓ_2 (C_2) $: y = -2x^2 + 3x + k$（kは定数）がある．以下の問に答えよ．

(1) ℓ_1 と ℓ_2 が接するときの k の値と，接点Pの座標を求めよ．

(2) ℓ_1 と ℓ_2 が接するとき，OQ = PQ となるような ℓ_2 上の点Qの x 座標を求めよ．ただし，Oは原点である．

(1) $x^2 - (-2x^2 + 3x + k) = 0$ が重解をもつので

$3x^2 - 3x - k = 0$　判別式を D とおくと，

$D = 9 - 4 \cdot 3 \cdot (-k)$

$= 12k + 9$

$\therefore 12k + 9 = 0$ より　$\underline{k = -\frac{3}{4}}$ //

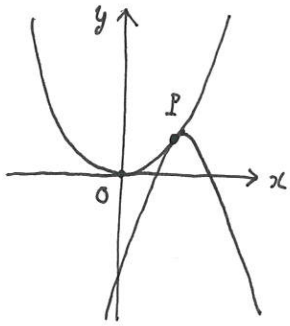
このとき接点の x 座標は，$x = -\frac{-3}{6} = \frac{1}{2}$　$\therefore \underline{P\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)}$ //

(2) Qは O と P から等キョリにあるので，

OPの垂直二等分線と ℓ_2 との交点である．

OP: $y = \frac{1}{2}x$ より垂直二等分線は

$y = -2\left(x - \frac{1}{4}\right) + \frac{1}{8}$　$\therefore y = -2x + \frac{5}{8}$



$\therefore -2x^2 + 3x - \frac{3}{4} + 2x - \frac{5}{8} = 0$

$\therefore x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{11}{16} = 0$

$$x = \frac{\frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4} - 4 \cdot \frac{11}{16}}}{2} = \underline{\frac{5 \pm \sqrt{14}}{4}} \text{ //}$$