# 岩手大学

2013年 教育学部 第3問

数理 石井K

$\boxed{3}$ 数列 $\{a_n\}$ は，$a_1=1$，$a_n>0\ (n=2,\ 3,\ \cdots)$ であり，$S_n=\sum_{i=1}^{n} a_i$ とするとき

$$\frac{S_{n+1}}{S_n}=10^n$$

を満たすものとする．また，数列 $\{b_n\}$ を $b_n=\log_{10}S_n$ と定義する．このとき，次の問いに答えよ．

(1) 数列 $\{b_n\}$ の漸化式を導け．

(2) (1)の漸化式を用いて $\{b_n\}$ の一般項を求めよ．

(3) 数列 $\{a_n\}$ の $n\geqq 2$ での一般項を求めよ．

(1) $b_n=\log_{10}S_n \iff 10^{b_n}=S_n$

$\therefore\ \dfrac{S_{n+1}}{S_n}=10^n$ より，$\dfrac{10^{b_{n+1}}}{10^{b_n}}=10^n$

$\therefore\ 10^{b_{n+1}-b_n}=10^n$

$\therefore\ b_{n+1}-b_n=n \qquad \therefore\ \underline{b_{n+1}=b_n+n}$ //

(2) (1)より，$b_{n+1}-b_n=n$

$\therefore\ b_n=b_1+\sum_{k=1}^{n-1}k \quad (n\geqq 2)$

ここで，$S_1=a_1=1$，$b_1=\log_{10}S_1=0$

$\therefore\ \underline{b_n=\frac{1}{2}n(n-1)}$ // これは $n=1$ のときも成り立っている．

(3) $n\geqq 2$ のとき．

$$\begin{aligned} a_n &= S_n-S_{n-1} \\ &= 10^{b_n}-10^{b_{n-1}} \\ &= 10^{\frac{1}{2}n(n-1)}-10^{\frac{1}{2}(n-1)(n-2)} \\ &= \underline{10^{\frac{1}{2}(n-1)(n-2)}\cdot(10^{n-1}-1)} \text{ //} \end{aligned}$$