

2013年理工B方式第1問

1 不等式

$$(\log_3 x)^2 + 3 \log_x 81 < 13$$

の解は

$$\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}} \boxed{\text{ウ}}} < x < \boxed{\text{エ}}, \quad \boxed{\text{オ}} < x < \boxed{\text{カ}} \boxed{\text{キ}}$$

$\begin{matrix} 1 \\ 81 \end{matrix}$ 
 $\begin{matrix} 1 \\ 1 \end{matrix}$ 
 $\begin{matrix} 3 \\ 3 \end{matrix}$ 
 $\begin{matrix} 2 \\ 2 \end{matrix}$ 
 $\begin{matrix} 7 \\ 7 \end{matrix}$

である。真数と底の条件より、 $x > 0$ かつ $x \neq 1$  ……①

底の変換公式より、

$$(\log_3 x)^2 + 3 \cdot \frac{\log_3 81}{\log_3 x} < 13$$

ここで、 $t = \log_3 x$ とおくと、①より、 $t \neq 0$

$$t^2 + \frac{12}{t} - 13 < 0$$

$$\therefore \frac{(t-1)(t-3)(t+4)}{t} < 0$$

$$\therefore t(t-1)(t-3)(t+4) < 0$$

$$\therefore -4 < t < 0, \quad 1 < t < 3$$

$$\therefore -4 < \log_3 x < 0, \quad 1 < \log_3 x < 3$$

$$3^{-4} < x < 3^0, \quad 3^1 < x < 3^3$$

$$\therefore \underline{\underline{\frac{1}{81} < x < 1, \quad 3 < x < 27}}}$$

