0001962277308999

高崎経済大学

2014 年 経済・地域政策 第 5 問

数理 石井K

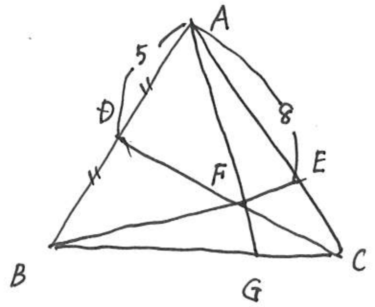
$\boxed{5}$ 1 辺の長さが 10 の正三角形 ABC がある．辺 AB 上に AD ＝ 5 となるように点 D をとり，辺 AC 上に AE ＝ 8 となるように点 E をとる．また，BE と CD の交点を F とし，直線 AF と BC の交点を G とする．以下の各問に答えよ．

(1) 線分 BG の長さを求めよ．

(2) 線分 GF の長さを求めよ．

(3) A から辺 BC に垂線 AH を下ろす．AH と CD の交点を I とするとき，線分 IH の長さを求めよ．

(4) 三角形 IFH の面積を求めよ．



(1) チェバの定理より．

$$\frac{CE}{AE}\cdot\frac{AD}{BD}\cdot\frac{BG}{CG}=1$$

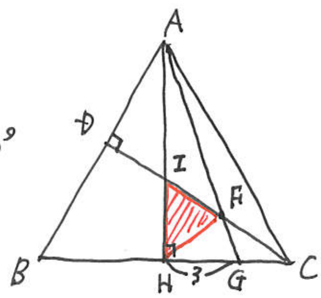
よって，$\frac{2}{8}\times\frac{5}{5}\times\frac{BG}{}=1$

よって $BG=4CG$　$\therefore \underline{BG=8}$ //

(2) メネラウスの定理より

$$\frac{AD}{BD}\cdot\frac{BC}{CG}\cdot\frac{FG}{AF}=1 \quad \therefore \frac{5}{5}\cdot\frac{10}{2}\cdot\frac{FG}{AF}=1$$

$\therefore AF=5GF$ …①



また，余弦定理より．$AG^2=10^2+8^2-2\cdot10\cdot8\cdot\cos60^\circ$

$=84$

$\therefore AG=2\sqrt{21}$

$\therefore GF=\frac{2\sqrt{21}}{6}=\underline{\frac{\sqrt{21}}{3}}$ //

AH

(3) △ABC は正三角形なので，I は重心となる　$\therefore \underline{IH=5\sqrt{3}\times\frac{1}{3}=\frac{5\sqrt{3}}{3}}$ //

(4) $\triangle AHG=\frac{1}{2}\times AH\times HG=\frac{1}{2}\times5\sqrt{3}\times3=\frac{15\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \triangle AHF=\triangle AHG\times\frac{AF}{AG}=\frac{15\sqrt{3}}{2}\times\frac{2\sqrt{21}-\frac{\sqrt{21}}{3}}{2\sqrt{21}}=\frac{25\sqrt{3}}{4}$

$\therefore \triangle IFH=\triangle AHF\times\frac{1}{3}=\underline{\frac{25\sqrt{3}}{12}}$ //