

2016年 経済・地域政策 第4問

 数理
石井K

 4 関数 $f(x) = x^3 - 12x$ について、次の各問に答えよ。

- (1) $y = f(x)$ のグラフをかけ。
 (2) $0 \leq x \leq 5$ の範囲で、 $f(x)$ の最大値とそのときの x の値、および最小値とそのときの x の値を求めよ。
 (3) 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(1, f(1))$ における曲線の接線の方程式を求めよ。
 (4) $x \geq 0$ の表す領域において、曲線 $y = f(x)$ 、 y 軸、および (3) で求めた接線で囲まれた部分の面積を求めよ。

$$\begin{aligned} (1) f'(x) &= 3x^2 - 12 \\ &= 3(x+2)(x-2) \end{aligned}$$

x	...	-2	...	2	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	16	↘	-16	↗

 \therefore グラフは右のようになる。

$$(2) f(5) = 65, f(0) = 0 \text{ とグラフより}$$

最大値 65 ($x=5$ のとき), 最小値 -16 ($x=2$ のとき)

$$(3) f'(x) = 3x^2 - 12 \text{ より, } f'(1) = -9, \text{ また } f(1) = -11$$

$$\therefore \text{接線は } y = -9(x-1) - 11$$

$$\therefore \underline{y = -9x - 2}$$

(4) 右図より,

$$S = \int_0^1 x^3 - 12x - (-9x - 2) dx$$

$$= \int_0^1 x^3 - 3x + 2 dx$$

$$= \left[\frac{x^4}{4} - \frac{3}{2}x^2 + 2x \right]_0^1$$

$$= \frac{1}{4} - \frac{3}{2} + 2$$

$$= \underline{\underline{\frac{3}{4}}}$$

