0001996273008999

玉川大学

2014 年 全学部 第 2 問

数理 石井K

2 ［ア］～［タ］を埋めよ．

(1) 和・積の公式 → 覚えるか作れるようにしておこう!

(1) $\sin x = \dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$ のとき $\sin 5x + \sin 3x$ の値は

$$\sin 5x + \sin 3x = \boxed{ア}\ \sin \boxed{イ}\ x \cos x$$

ア 2　イ 4

を用いれば

$$\boxed{ウエ}\sqrt{\boxed{オ}} - \boxed{カキ}$$

ウエ 20　オ 5　カキ 44

である．

$\sin A + \sin B = 2\sin\dfrac{A+B}{2}\cos\dfrac{A-B}{2}$ に

$A = 5x,\ B = 3x$ を代入して．

$\sin 5x + \sin 3x = \underline{2\sin 4x \cos x}$ //

ここで，$\sin 4x = 2\sin 2x \cos 2x$

$= 4\sin x \cos x(1-2\sin^2 x)$

$\therefore \sin 5x + \sin 3x = 8\sin x(1-\sin^2 x)(1-2\sin^2 x) = \underline{20\sqrt{5}-44}$ //

(2) 三角形 ABC において，辺 AB を $m : n$ に内分する点を P，辺 AC を $n : m$ に内分する点を Q とする．ただし，$m \neq n$ かつ m と n の最大公約数は 1 である．このとき $t = \dfrac{m}{m+n}$ とおくと

$$\overrightarrow{PQ} = -t\overrightarrow{AB} + (\boxed{ク} - t)\overrightarrow{AC}$$

ク 1

である．いま，2 直線 PQ，BC の交点を R として，点 Q が線分 PR の中点であるならば

$$\overrightarrow{AR} = -t\overrightarrow{AB} + \boxed{ケ}(\boxed{コ} - t)\overrightarrow{AC}$$

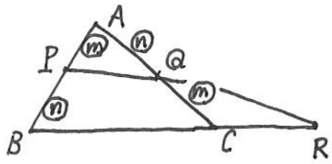
ケ 2　コ 1

となるから

$$m : n = \boxed{サ} : \boxed{シ}$$

サ 1　シ 2

である．



(2) $\overrightarrow{AP} = \dfrac{m}{m+n}\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AQ} = \dfrac{n}{m+n}\overrightarrow{AC}$ より

$\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{AQ} - \overrightarrow{AP}$

$= \underline{-t\overrightarrow{AB} + (1-t)\overrightarrow{AC}}$ //

$\overrightarrow{AQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AP} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AR}$ より

$\overrightarrow{AR} = 2\overrightarrow{AQ} - \overrightarrow{AP}$

$= \underline{-t\overrightarrow{AB} + 2(1-t)\overrightarrow{AC}}$ //

R は直線 BC 上にあるので，

$-t + 2(1-t) = 1$

$\therefore 3t = 1 \quad \therefore t = \frac{1}{3}$

$\therefore \dfrac{m}{m+n} = \dfrac{1}{3}$

$\therefore 2m = n$

m, n の最大公約数は 1 より．$\underline{m : n = 1 : 2}$ //

(3) 数字 1，2，3，4，5 を使って 5 桁の整数を作る．その中で，数字の並べ方を逆にしたものをもとの整数に加えると，どの桁の数字も偶数になるものは

$\boxed{スセ}$ 個ある．

スセ 16

(3) 奇偶奇偶奇 / 偶奇奇奇偶 （ただし，中央の奇数は 5 以外）

$\therefore 2(3!2! - 2!2!) = \underline{16}$ //

(4) 曲線 $y = x^2 - x$ と x 軸の囲む部分の面積は $\dfrac{\boxed{ソ}}{\boxed{タ}}$ である．

ソ 1　タ 6

$\displaystyle\int_0^1 x - x^2\,dx = \left[\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}\right]_0^1$

$= \underline{\dfrac{1}{6}}$ //