玉川大学

2018 年 学部別 第 4 問

$\boxed{4}$ 複素数平面上に原点 O と点 A$(1+\sqrt{3}i)$ がある．ただし，i を虚数単位とする．

(1) $1+\sqrt{3}i$ を極形式で表したい．

$1+\sqrt{3}i = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ $(r>0,\ 0 \leqq \theta < 2\pi)$ において，$r = \boxed{\text{ア}}$，$\theta = \dfrac{\pi}{\boxed{\text{イ}}}$ である．

(2) $\alpha = 2+i$ として，(1) で求めた θ に対して，$\beta = \alpha\{\cos(-\theta) + i\sin(-\theta)\}$ とすると

$$\beta = \frac{\boxed{\text{ウ}} + \sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}} + \frac{\boxed{\text{カ}} - \boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}i,$$

$$\overline{\beta} = \frac{\boxed{\text{ウ}} + \sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}} - \frac{\boxed{\text{カ}} - \boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}i$$

であるので直線 OA に関して点 B(α) と対称な点を C(γ) とすると

$$\gamma = \frac{\boxed{\text{コサ}} + \sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}} + \frac{\boxed{\text{セ}} + \boxed{\text{ソ}}\sqrt{\boxed{\text{タ}}}}{\boxed{\text{チ}}}i$$

である．ここで，$\overline{\beta}$ は β の共役な複素数を表す．

(3) $\mathrm{BC} = \boxed{\text{ツ}}\sqrt{\boxed{\text{テ}}} - \boxed{\text{ト}}$ であるので，四角形 OBAC の面積は $\boxed{\text{ナ}}\sqrt{\boxed{\text{ニ}}} - \boxed{\text{ヌ}}$ である．