



2015年薬学部(2日目)第1問

1/2枚目

増田

1 次の各問に答えよ。

(1) 6枚のカード ①, ②, ③, ④, ⑤, ⑥が入った袋から, 同時に4枚のカードを取り出す。ただし, 同じ数字が書かれたカードは区別しないものとする。

(i) 取り出し方は何通りあるか。

(ii) 取り出したカードを並べて4桁の整数を作るとき, 3300より大きい整数はいくつできるか。

(2) 次の各問に答えよ。

(i) $0 \leq \theta \leq \pi$ のとき, $\cos \theta + \sin \theta$ の最大値, 最小値とそのときの θ の値を求めよ。

(ii) $x \geq 0, y \geq 0$ とする。 x, y が $x^2 + y^2 = 1$ を満たすとき, $x^2 + 2xy - y^2$ の最大値とそのときの x, y の値を求めよ。

(1) (i) ① ② を一枚も取り出さない
 \Rightarrow 1通り

② ② を一枚取り出す
 $(1, 3, 4)$
 $(1, 3, 3) \Rightarrow$ 3通り
 $(3, 3, 4)$

③ ② を二枚取り出す
 残り2枚は $(1, 3), (1, 4), (3, 3), (3, 4) \Rightarrow$ 4通り

全部で $1 + 3 + 4 = 8$ 通り

(ii) 千 百 十 一

3 - 3 $\begin{cases} 1 < \frac{2}{4} \\ 2 < \frac{1}{4} \\ 4 < \frac{1}{2} \end{cases}$

3 - 4 $\begin{cases} 1 < \frac{2}{3} \\ 2 < \frac{1}{2} \\ 3 < \frac{1}{2} \end{cases}$

千の位に3がきて, 3300より大きい整数は 14通り。

千の位が4である数字は

残り3つの数字が $(1, 2, 3) \rightarrow$ 6通り

$(1, 2, 2) \rightarrow$ 3通り

$(1, 3, 3) \rightarrow$ 3通り

$(2, 2, 3) \rightarrow$ 3通り

$(2, 3, 3) \rightarrow$ 3通り

合計 18通り

$14 + 18 = 32$ 32個

(2) (i) $\cos \theta + \sin \theta = \sqrt{2} \sin(\theta + \frac{\pi}{4})$

$0 \leq \theta \leq \pi$ より $\frac{\pi}{4} \leq \theta + \frac{\pi}{4} \leq \frac{5}{4}\pi$

最大値は $\theta + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$ つまり $\theta = \frac{\pi}{4}$

のとき, $\sqrt{2}$

最小値は $\theta + \frac{\pi}{4} = \frac{5}{4}\pi$ つまり $\theta = \pi$

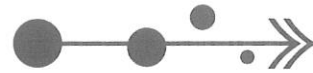
のとき, -1

(ii) $x = \cos \theta, y = \sin \theta$ ($0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$) と書か
 かえることができる。

このとき,

$$\begin{aligned} x^2 + 2xy - y^2 &= \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \\ &\quad + 2 \sin \theta \cos \theta \\ &= \cos 2\theta + \sin 2\theta \end{aligned}$$

ついで



2015年薬学部(2日目)第1問

2/2枚目

増田

1 次の各問に答えよ.

(1) 6枚のカード ①, ②, ③, ④, ⑤, ⑥が入った袋から, 同時に4枚のカードを取り出す. ただし, 同じ数字が書かれたカードは区別しないものとする.

(i) 取り出し方は何通りあるか.

(ii) 取り出したカードを並べて4桁の整数を作るとき, 3300より大きい整数はいくつできるか.

(2) 次の各問に答えよ.

(i) $0 \leq \theta \leq \pi$ のとき, $\cos \theta + \sin \theta$ の最大値, 最小値とそのときの θ の値を求めよ.

(ii) $x \geq 0, y \geq 0$ とする. x, y が $x^2 + y^2 = 1$ を満たすとき, $x^2 + 2xy - y^2$ の最大値とそのときの x, y の値を求めよ.

(2) (ii) つづき

$$\begin{aligned} x^2 + 2xy - y^2 &= \cos 2\theta + \sin 2\theta \\ &= \sqrt{2} \sin\left(2\theta + \frac{\pi}{4}\right) \end{aligned}$$

$$0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \text{ より, } \frac{\pi}{4} \leq 2\theta + \frac{\pi}{4} \leq \frac{5}{4}\pi \text{ となり,}$$

(2)(i) の場合と一致する.

最大値は $\frac{\sqrt{2}}{\#}$

$$2\theta = \frac{\pi}{4} \text{ より } x = \cos \frac{\pi}{8}, y = \sin \frac{\pi}{8} \text{ のとき.}$$

$$\cos \frac{\pi}{4} = \cos\left(\frac{\pi}{8} \times 2\right) = 2\cos^2 \frac{\pi}{8} - 1 \text{ だから,}$$

$$\cos^2 \frac{\pi}{8} = \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + 1\right)$$

$$\cos \frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$$

$$\sin^2 \frac{\pi}{8} = 1 - \cos^2 \frac{\pi}{8} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\sin \frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$$

よって 最大値を与える x, y は

$$x = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}, y = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$$

#