



2014年 理学部（数学）第3問

3 関数  $f(x)$  と  $g(x)$  を

$$f(x) = \begin{cases} |x \log |x|| & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$$

$$g(x) = -x^2 + 1$$

により定める。このとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $x > 0$  のとき、不等式  $\log x > -\frac{1}{\sqrt{x}}$  が成り立つことを示し、これを用いて  $f(x)$  は  $x = 0$  で連続であることを示せ。
- (2)  $f(x)$  の極値を求め、 $y = f(x)$  のグラフの概形をかけ。
- (3) 方程式  $f(x) = g(x)$  の解は  $x = -1, 1$  のみであることを示せ。
- (4)  $0 < r < 1$  とする。曲線  $y = f(x)$  と曲線  $y = g(x)$  によって囲まれた図形のうち、 $x \geq r$  の範囲の部分の面積を  $S(r)$  とおく。このとき、 $\lim_{r \rightarrow +0} S(r)$  を求めよ。