

2017年医・国際総合科学 第4問

4 大腸菌によるタンパク質の生成に関する実験を考える。シャーレに大腸菌を入れ培養し、3時間後、6時間後、9時間後に生成されたタンパク質の量を測定する（複数のシャーレを用いて測定する。それぞれのシャーレごとに測定誤差が出る）。各時間ごとに、測定されたタンパク質の量の平均値を以下に示す。

時間（時間）	平均値（mg）
0	5.0
3	11.0
6	15.0
9	17.0

$t$ 時間後のタンパク質の量（mg）を  $P(t)$  とする。初期値は、 $P_0 = P(0) = 5.0$  である。生成されるタンパク質の量は、方程式

$$P'(t) = \kappa - \gamma P(t) \quad \dots\dots(*)$$

をみたく  $P(t)$  で近似されることが知られている。ここで  $\kappa$  および  $\gamma$  は定数で、 $\gamma$  を決めることがもっとも重要な問題である。このとき、以下の問いに答えよ。

(1) 関数

$$P(t) = \frac{\kappa}{\gamma} + \left( P_0 - \frac{\kappa}{\gamma} \right) e^{-\gamma t}$$

は方程式(\*)の解であることを証明せよ。

(2)  $\alpha = \frac{\kappa}{\gamma}$  とすると、(\*)の解は

$$P(t) = \alpha + (5.0 - \alpha)e^{-\gamma t}$$

となる。この解を実験データに合わせたい。そのために  $t = 3$  および  $t = 9$  のデータの平均値を使う。すなわち、

$$P(3) = 11.0, \quad P(9) = 17.0$$

とする。このとき、関係式

$$e^{-9\gamma} = (e^{-3\gamma})^3$$

を用いて  $\alpha$  の値を求めよ。

(3)  $P(3) = 11.0$  および (2) の  $\alpha$  を用いて  $\gamma$  を求めよ。簡単にするため、 $a$  と  $b$  を定数として

$$\gamma = a \log b$$

の形で表わせ（可能な限り簡潔な形にせよ）。



(4) 以上のことを用いて  $P(6)$  の値を求めよ.