



2014年 理学部 第3問

3 次の文中の [ア] ~ [フ] にあてはまる最も適切な数を答えなさい。

曲線  $C$  を  $y = x^2 - 6x + 13$  とし、曲線  $C$  の接線で点  $(p, 0)$  を通るものを考える。接点の  $x$  座標を  $\alpha$  とすると、接線の傾きは [ア]  $\alpha +$  [イ]、接点の座標は  $(\alpha, [ウ] \alpha^2 + [エ] \alpha + [オ] [カ])$  であるから、接線の方程式は、

$$y = ([ア] \alpha + [イ])x + [キ] \alpha^2 + [ク] \alpha + [ケ] [コ]$$

と表される。この直線が点  $(p, 0)$  を通ることから  $\alpha$  は次の2次方程式

$$\alpha^2 + [サ] p \alpha + [シ] p + [ス] [セ] = 0$$

を満たす。この方程式は2つの解を持つから接線は2本存在し、傾きが正である接線の方程式は、

$$y = [ソ] \left( p + [タ] + \sqrt{p^2 + [チ] p + [ツ] [テ]} \right) (x + [ト] p)$$

と表される。

任意の  $x$  における曲線  $C$  の  $y$  座標と接線の  $y$  座標の差は、両者が  $x = \alpha$  で接しているので、

$$(x - \alpha)^2$$

と書ける。これを用いると、曲線  $C$  と2本の接線で囲まれた部分の面積  $S$  は、

$$S = \frac{[ナ]}{[ニ]} (p^2 + [チ] p + [ツ] [テ]) \frac{[ヌ]}{[ネ]}$$

である。 $p$  を変化させるとき、 $S$  は  $p = [ノ]$  で最小値  $\frac{[ハ] [ヒ]}{[フ]}$  をとる。