

2015年 獣医学部・海洋生命科学学部 第3問

$$\frac{40\sqrt{10}-64}{3}$$

数理
石井K

3 直線 $y = -2x + b$ と曲線 $y = |x(x-4)|$ が x 軸上にない共有点をちょうど3個もつとき、定数 b の値は エ であり、3個の共有点の座標は オ、カ、および キ である。さらにこのとき、この曲線と直線で囲まれた図形の面積は ク である。

9

x 軸上にない共有点をちょうど3個もつとき、右図のようになる。

接点を $(t, -t^2+4t)$ とおくと接線の傾きは、

$$-2t+4 = -2 \quad \therefore t=3$$

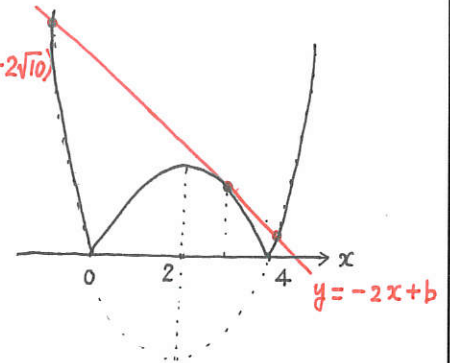
このとき、直線は $(3, 3)$ を通ることから、 $b=9$ 。

$y = x^2 - 4x$ と $y = -2x + 9$ の交点を求めると、

$$x^2 - 4x - (-2x + 9) = 0$$

$$\therefore x^2 - 2x - 9 = 0$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{10} \quad \therefore \text{共有点は } (1-\sqrt{10}, 7+2\sqrt{10}), (3, 3), (1+\sqrt{10}, 7-2\sqrt{10}) //$$



$$S = \int_{1-\sqrt{10}}^{1+\sqrt{10}} -2x+9 - (x^2-4x) dx - 2 \int_0^4 -x^2+4x dx$$

$$= \int_{1-\sqrt{10}}^{1+\sqrt{10}} -x^2+2x+9 dx - 2 \int_0^4 -x^2+4x dx$$

$$= \left[-\frac{x^3}{3} + x^2 + 9x \right]_{1-\sqrt{10}}^{1+\sqrt{10}} - 2 \left[-\frac{x^3}{3} + 2x^2 \right]_0^4$$

$$= -\frac{(1+\sqrt{10})^3}{3} + 11 + 2\sqrt{10} + 9 + 9\sqrt{10} + \frac{(1-\sqrt{10})^3}{3} - 11 + 2\sqrt{10} - 9 + 9\sqrt{10} - 2 \left(-\frac{64}{3} + 32 \right)$$

$$= \frac{1}{3} \left\{ (1-\sqrt{10})^3 - (1+\sqrt{10})^3 \right\} + 22\sqrt{10} - 2 \cdot \frac{32}{3}$$

$$= -\frac{26}{3}\sqrt{10} + 22\sqrt{10} - \frac{64}{3}$$

$$= \frac{40\sqrt{10}-64}{3} //$$

