

2013年 全学部 第2問

2 次の  を埋めよ。

(1) 方程式  $9\sin x - 2\cos^2 x - 3 = 0$  ( $0 < x < \pi$ ) は

$$\frac{2}{ア} \sin^2 x + \frac{9}{イ} \sin x - \frac{5}{ウ} = 0$$

となるから、解は  $x = \frac{\frac{エ}{オ}}{\frac{カ}{キ}} \pi$ ,  $\frac{\frac{カ}{キ}}{\frac{エ}{オ}} \pi$  である。

(2)  $a > 0, b > 0$  のとき、 $a + \frac{1}{a}$  の最小値は  で、 $(a + \frac{2}{b})(b + \frac{8}{a})$  の最小値は  である。

(3) 同じ大きさの白玉6個と赤玉4個が袋の中に入っている。この袋の中から同時に3個の玉をとりだして目印をつけてから袋にもどし、再び袋の中から1個の玉をとりだす。2回目にとりだされた玉が目印のついた白玉である確率は

$$\frac{\frac{サ}{シス}}{\frac{9}{50}}$$

(2) 相加・相乗平均の関係より、 $a + \frac{1}{a} \geq 2\sqrt{a \cdot \frac{1}{a}} = 2$  //

$$(a + \frac{2}{b})(b + \frac{8}{a}) = ab + \frac{16}{ab} + 8 + 2$$

$$\geq 2\sqrt{ab \cdot \frac{16}{ab}} + 10 = 18 //$$

である。

(4) 実数  $x, y$  が  $x^2 + y^2 = 1$  を満たすとき、 $2x + 3y$  の最大値は  $\sqrt{\frac{セソ}{}}$  である。

(5)  $x^{99} + x^{49} + 1$  を  $x^2 - 1$  で割った余りは、 $\frac{\frac{タ}{チ}}{x + \frac{チ}{タ}}$  である。

(6) 2つの方程式

$$\begin{cases} 2x^2 + (2a+5)x + 5a = 0 \\ 2x^2 + 3ax + 16 = 0 \end{cases}$$

が共通の解をもてば、 $a = \frac{\frac{ツテ}{ニ}}{\frac{トナ}{五}}$  または  $a = \frac{\frac{トナ}{ニ}}{\frac{ツテ}{五}}$  である。

$$(3) \frac{6C_3}{10C_3} \cdot \frac{3}{10} + \frac{6C_2 \cdot 4C_1}{10C_3} \cdot \frac{2}{10} + \frac{6C_1 \cdot 4C_2}{10C_3} \cdot \frac{1}{10} = \frac{9}{50} //$$

(4)  $x = \sin \theta, y = \cos \theta$  とおくと  $2\sin \theta + 3\cos \theta = \sqrt{13} \sin(\theta + d)$   $\therefore$  最大値  $\sqrt{13}$  //

(5)  $x^{99} + x^{49} + 1 = (x^2 - 1) \cdot P(x) + ax + b$  と表す。

$$x = 1 \text{ を代入して } 3 = a + b \dots \textcircled{1} \quad x = -1 \text{ を代入して } -1 = -a + b \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ より } a = 2, b = 1 \quad \therefore \text{余りは } 2x + 1 //$$

(6)  $2x^2 + (2a+5)x + 5a = 0 \Leftrightarrow (2x+5)(x+a) = 0 \quad \therefore x = -\frac{5}{2}, -a$

$$\text{共通解が } -\frac{5}{2} \text{ のとき } 2 \cdot \frac{25}{4} + 3a \cdot (-\frac{5}{2}) + 16 = 0 \quad \therefore a = \frac{19}{5}$$

$$\text{共通解が } -a \text{ のとき } 2a^2 - 3a^2 + 16 = 0 \quad \therefore a = \pm 4 \quad \therefore \text{以上より } a = \pm 4, \frac{19}{5} //$$