



2018年学部別第4問

4 複素数平面上に原点 O と点 $A(1 + \sqrt{3}i)$ がある。ただし、 i を虚数単位とする。

(1) $1 + \sqrt{3}i$ を極形式で表したい。

$1 + \sqrt{3}i = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ ($r > 0$, $0 \leq \theta < 2\pi$) において、 $r = \boxed{\text{ア}}$, $\theta = \frac{\pi}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

(2) $\alpha = 2 + i$ として、(1) で求めた θ に対して、 $\beta = \alpha\{\cos(-\theta) + i\sin(-\theta)\}$ とすると

$$\beta = \frac{\boxed{\text{ウ}} + \sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}} + \frac{\boxed{\text{カ}} - \boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}i,$$

$$\bar{\beta} = \frac{\boxed{\text{ウ}} + \sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}} - \frac{\boxed{\text{カ}} - \boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}i$$

であるので直線 OA に関して点 $B(\alpha)$ と対称な点を $C(\gamma)$ とすると

$$\gamma = \frac{\boxed{\text{コサ}} + \sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}} + \frac{\boxed{\text{セ}} + \boxed{\text{ソ}}\sqrt{\boxed{\text{タ}}}}{\boxed{\text{チ}}}i$$

である。ここで、 $\bar{\beta}$ は β の共役な複素数を表す。

(3) $BC = \boxed{\text{ツ}}\sqrt{\boxed{\text{テ}}} - \boxed{\text{ト}}$ であるので、四角形 $OBAC$ の面積は $\boxed{\text{ナ}}\sqrt{\boxed{\text{ニ}}} - \boxed{\text{ヌ}}$ である。