

2015年工学部 第1問

 数理
石井K

$$1 \quad f(x) = (x^2 - 2x)e^x \quad (-2 \leq x \leq 2) \text{ とする.}$$

- (1) $f(x)$ の最小値を求めよ.
 (2) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸とで囲まれた図形の面積を求めよ.

$$\begin{aligned} (1) \quad f'(x) &= (2x-2)e^x + (x^2-2x)e^x \\ &= (x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2})e^x \end{aligned}$$

x	-2	...	$-\sqrt{2}$...	$\sqrt{2}$...	2
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$\frac{8}{e^2}$	\nearrow		\searrow		\nearrow	0

$$2(1-\sqrt{2})e^{\sqrt{2}}$$

上の増減表と、 $\frac{8}{e^2} > 0$ 、 $2(1-\sqrt{2})e^{\sqrt{2}} < 0$ より、

$f(x)$ の最小値は、 $2(1-\sqrt{2})e^{\sqrt{2}}$ ($x = \sqrt{2}$ のとき) //

(2) $f(x) = 0$ となるのは、 $x = 0, 2$ であり、

$0 \leq x \leq 2$ において、 $f(x) \leq 0$ であるから、

$$\begin{aligned} S &= \int_0^2 -(x^2 - 2x)e^x dx \\ &= \int_0^2 -(x^2 - 2x)(e^x)' dx \\ &= [-(x^2 - 2x)e^x]_0^2 - \int_0^2 -(2x - 2)(e^x)' dx \\ &= [(2x - 2)e^x]_0^2 - \int_0^2 2e^x dx \\ &= 2e^2 + 2 - 2[e^x]_0^2 \\ &= \underline{4} // \end{aligned}$$