

2017年理系第5問

5 実数 a, b, c に対して $F(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + ax + 1$, $f(x) = x^2 + cx + 1$ とおく. また, 複素数平面内の単位円周から 2 点 $1, -1$ を除いたものを T とする.

- (1) $f(x) = 0$ の解がすべて T 上にあるための必要十分条件を c を用いて表せ.
(2) $F(x) = 0$ の解がすべて T 上にあるならば,

$$F(x) = (x^2 + c_1x + 1)(x^2 + c_2x + 1)$$

を満たす実数 c_1, c_2 が存在することを示せ.

- (3) $F(x) = 0$ の解がすべて T 上にあるための必要十分条件を a, b を用いて表し, それを満たす点 (a, b) の範囲を座標平面上に図示せよ.