天使大学

2015年 全学部 第3問

数理 石井K

$\boxed{3}$ 関数 $f(x)=(x^2+2x)^2+2a(x^2+2x)+b$ を考える．ただし a と b は定数であり，$f(x)$ の最小値が -4，$f(1)=13$ をみたすとする．次の問いに答えなさい．

(1) $X=x^2+2x$ とおくと $X \geqq \boxed{\text{a}}$ である．　-1

(2) $b=\boxed{\text{b}}a+\boxed{\text{c}}$ である．　-6　4

(3) $f(x)=\left(X+\boxed{\text{d}}a\right)^2+\boxed{\text{e}}a^2+\boxed{\text{f}}a+\boxed{\text{g}}$ である．　1　-1　-6　4

(4) 定数 a と b の値を求めなさい．

$a>\boxed{\text{h}}$ のとき，$a=\dfrac{\boxed{\text{i}}}{\boxed{\text{j}}}$，$b=\dfrac{\boxed{\text{k}}\,\boxed{\text{l}}}{\boxed{\text{m}}}$ である．　1　$\dfrac{9}{8}$　$-\dfrac{11}{4}$

$a \leqq \boxed{\text{n}}$ のとき，$a=\boxed{\text{o}}-\sqrt{\boxed{\text{p}}\,\boxed{\text{q}}}$，$b=\boxed{\text{r}}\,\boxed{\text{s}}+\boxed{\text{t}}\sqrt{\boxed{\text{u}}\,\boxed{\text{v}}}$ である．　1　-3　$1\ 7$　$2\ 2$　6　$1\ 7$

ただし $\boxed{\text{j}}$ と $\boxed{\text{m}}$ は正の数である．

(1) $X=(x+1)^2-1$ より，$\underline{X \geqq -1}$ //

(2) $f(1)=13$ より，$3^2+2a\cdot3+b=13$　　$\therefore \underline{b=-6a+4}$ //

(3) $f(x)=X^2+2aX+b$

$=(X+a)^2-a^2+b$

$=\underline{(X+a)^2-a^2-6a+4}$ //

(4) (i) $-a \geqq -1$ すなわち，$a \leqq 1$ のとき．

$f(x)$ の最小値は $-a^2-6a+4=-4$

$\therefore a^2+6a-8=0$

$\therefore a=-3\pm\sqrt{17}$　ここで $a \leqq 1$ より $a=-3-\sqrt{17}$

(ii) $-a<-1$ すなわち，$a>1$ のとき

$f(x)$ の最小値は $X=-1$ のとき $(a-1)^2-a^2-6a+4=-4$

これを解いて，$a=\dfrac{9}{8}$

(i)，(ii) より

・$\underline{a>1 \text{ のとき } a=\dfrac{9}{8},\ b=-\dfrac{11}{4}}$ //

・$\underline{a \leqq 1 \text{ のとき，} a=-3-\sqrt{17},\ b=22+6\sqrt{17}}$ //