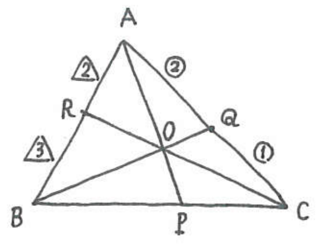
2015年 全学部 第5問

$\boxed{5}$ △ABCの辺ABを2：3に内分する点をRとし，辺ACを2：1に内分する点をQとする．さらに，線分BQと線分CRの交点をOとし，直線AOと辺BCとの交点をPとする．次の問いに答えなさい．



(1) 長さの比 BP : PC を最も簡単な正の整数の比で表しなさい．

3　1

BP : PC = $\boxed{a}$: $\boxed{b}$

(2) 長さの比 PO : OA を最も簡単な正の整数の比で表しなさい．

3　8

PO : OA = $\boxed{c}$: $\boxed{d}$

(3) △ABCと△OBCの面積を，それぞれ S_1 と S_2 とおく．面積の比 $S_1 : S_2$ を最も簡単な正の整数の比で表しなさい．

1 1　3

$S_1 : S_2 =$ $\boxed{e}$$\boxed{f}$: $\boxed{g}$

(4) △OBPの面積を，S_3 とおく．面積の比 $S_1 : S_3$ を最も簡単な正の整数の比で表しなさい．

4 4　9

$S_1 : S_3 =$ $\boxed{h}$$\boxed{i}$: $\boxed{j}$

(1) チェバの定理より，$\frac{CQ}{QA}\cdot\frac{AR}{RB}\cdot\frac{BP}{PC}=1$　　よって，$\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{BP}{PC}=1$

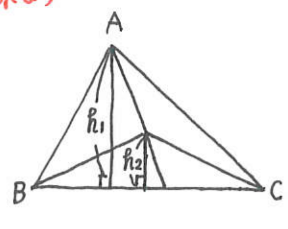
$\therefore \frac{BP}{PC}=3$　　$\therefore$ $\underline{BP : PC = 3 : 1}$ //

(2) メネラウスの定理より，$\frac{AR}{RB}\cdot\frac{BC}{CP}\cdot\frac{PO}{OA}=1$　　よって，$\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{1}\cdot\frac{PO}{OA}=1$

(1)の結果より

$\therefore \frac{PO}{OA}=\frac{3}{8}$　　$\therefore$ $\underline{PO : OA = 3 : 8}$ //

(3) 底辺はBCで共通なので，右図より，



$S_1 : S_2 = h_1 : h_2$

$= \underline{11 : 3}$ //　((2)より)

(4) $S_1 : S_3 = S_1 : S_2 \times \frac{3}{4}$　((1)より)

$= S_1 : \frac{3}{11}S_1 \times \frac{3}{4}$

$= 1 : \frac{9}{44}$

$= \underline{44 : 9}$ //