



2015年 医学部 第4問

4 n を自然数とする. 関数 $f(x)$ を $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a + x^2 + x^{2n} - x^{2n+2}}{12 + x^{2n}}$ と定めるとき, $f(x)$ が実数全体で連続となるような定数 a の値は ケコ である.

- /

$$|x| < 1 \text{ のとき, } \lim_{n \rightarrow \infty} x^{2n} = 0, \lim_{n \rightarrow \infty} x^{2n+2} = 0 \quad \therefore f(x) = \frac{a+x^2}{12}$$

$$x = \pm 1 \text{ のとき, } x^{2n} = x^{2n+2} = 1 \text{ より, } f(x) = \frac{a+1}{13}$$

$$|x| > 1 \text{ のとき, } f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{a}{x^{2n}} + \frac{1}{x^{2n-2}} + 1 - x^2}{\frac{12}{x^{2n}} + 1} = 1 - x^2$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 1+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1-0} f(x) = f(1) \quad \text{かつ} \quad \lim_{x \rightarrow -1+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1-0} f(x) = f(-1)$$

をみたせばよいので,

$$0 = \frac{a+1}{12} = \frac{a+1}{13}$$

$$\therefore \underline{a = -1}$$