



2016年 医学部 第3問

3 Oを原点とする座標平面において、点P(3, 1)を通る直線が円 $x^2 + y^2 = 1$ 上の2点A, Bで交わる。ただし、AとBはそれぞれ第1象限、第2象限内の点である。PA = $\sqrt{5}$ のとき、AB = $\frac{4 \text{ ケ } \sqrt{\text{コ}}}{\text{サ}}$ であり、 $\triangle OAB$ の面積は $\frac{\text{シ}}{\text{ス}}$ である。

直線OPを引き、方べきの定理より、

$$OP = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10} \text{ であるから}$$

$$(\sqrt{10} - 1)(\sqrt{10} + 1) = AP \cdot BP$$

$$\therefore 9 = \sqrt{5} \cdot BP$$

$$\therefore BP = \frac{9\sqrt{5}}{5}$$

$$\therefore AB = BP - AP = \frac{9\sqrt{5}}{5} - \sqrt{5} = \frac{4\sqrt{5}}{5} \text{ 〃}$$

右図において

$$OH^2 + \left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)^2 = 1^2$$

$$\therefore OH^2 = \frac{1}{5} \quad \therefore OH = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\therefore \triangle OAB = \frac{1}{2} \cdot \frac{4\sqrt{5}}{5} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$= \frac{2}{5} \text{ 〃}$$

