



2016年医学部 第5問

5 $0^\circ < \theta < 90^\circ$ のとき、 $4(1 + \sin \theta) - \frac{3}{1 - \sin \theta}$ の最大値は $\boxed{-4}$ $\sqrt{\boxed{3}}$ + $\boxed{8}$ である。

$x = 1 - \sin \theta$ とおくと、 $0^\circ < \theta < 90^\circ$ より、 $0 < x < 1$

$y = 4(1 + \sin \theta) - \frac{3}{1 - \sin \theta}$ として、 y を x で表すと、

$$y = 4(2 - x) - \frac{3}{x}$$

$$= -\left(4x + \frac{3}{x}\right) + 8$$

ここで、 $x > 0$ より、相加・相乗平均の関係から

$$4x + \frac{3}{x} \geq 2\sqrt{4x \cdot \frac{3}{x}}$$

$$= 4\sqrt{3}$$

等号成立は、 $4x = \frac{3}{x}$ すなわち $0 < x < 1$ より、 $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ のとき

よって、 $y \leq -4\sqrt{3} + 8$

最大値は $-4\sqrt{3} + 8$ //