

2015年A方式第3問

 数理
石井K

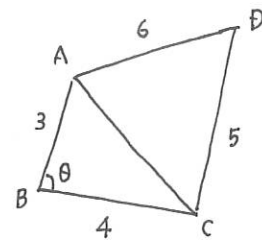
 3 四角形 ABCD があって $AB = 3$, $BC = 4$, $CD = 5$, $DA = 6$, $\angle ABC = \theta$ とする.

- (1) AC を θ の式で表せ.
 (2) $\cos \angle CDA$ を求めよ.
 (3) 四角形 ABCD が円に内接するとき向かい合った内角の和は 180° になる. このことを用いて $\cos \theta$ の値を求めよ.

(1) 余弦定理より

$$\begin{aligned} AC^2 &= 3^2 + 4^2 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cos \theta \\ &= 25 - 24 \cos \theta \end{aligned}$$

$$\therefore AC = \sqrt{25 - 24 \cos \theta}$$



(2) 余弦定理より

$$AC^2 = 5^2 + 6^2 - 2 \cdot 5 \cdot 6 \cdot \cos \angle CDA$$

$$\therefore \cos \angle CDA = \frac{25 + 36 - (25 - 24 \cos \theta)}{60} \quad (\because (1) \text{より})$$

$$= \frac{3 + 2 \cos \theta}{5}$$

(3) $\theta + \angle CDA = 180^\circ$ より $\angle CDA = 180^\circ - \theta$

$$\begin{aligned} \text{よって, } \cos \angle CDA &= \cos (180^\circ - \theta) \\ &= -\cos \theta \end{aligned}$$

$$(2) \text{を代入して, } \frac{3 + 2 \cos \theta}{5} = -\cos \theta$$

$$3 + 2 \cos \theta = -5 \cos \theta$$

$$\therefore \cos \theta = -\frac{3}{7}$$