2015年 医学部 第13問

数理 石井K

$\boxed{13}$ Oを原点とする空間において，3点P(1, −2, 0)，Q(0, −2, 2)，R(2, 0, 2)を通る平面をαとする．また，平面α上に，点Pを中心とし，線分PRを半径とする円Cがある．このとき，原点Oと平面αとの距離は $\boxed{\text{サ}}$ であり，原点Oと円Cの周上の点との距離の最大値は $\boxed{\text{シ}}\sqrt{\boxed{\text{ス}}}$ である．

2　　2　5

Oからαへ垂線を引きそれをOHとする．

点Hはα上の点より．$\overrightarrow{PH} = x\overrightarrow{PQ} + y\overrightarrow{PR}$ と表せる．

$\overrightarrow{PQ} = (-1, 0, 2)$，$\overrightarrow{PR} = (1, 2, 2)$ より．$\overrightarrow{PH} = (-x+y, 2y, 2x+2y)$

$\therefore \overrightarrow{OH} = (1-x+y, -2+2y, 2x+2y)$

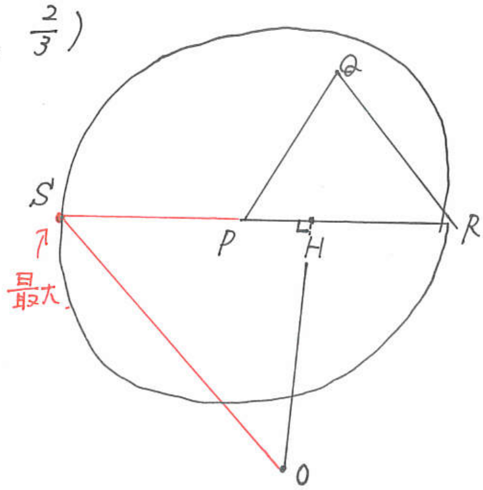
$\overrightarrow{OH} \perp \alpha$ より．$\overrightarrow{OH}\cdot\overrightarrow{PQ} = 0$ かつ $\overrightarrow{OH}\cdot\overrightarrow{PR} = 0$

$\therefore -1+x-y+4x+4y = 0$ かつ $1-x+y-4+4y+4x+4y = 0$

$$\therefore \begin{cases} 5x+3y = 1 \\ 3x+9y = 3 \end{cases}$$

$\therefore x = 0,\ y = \frac{1}{3}$　　$\therefore \overrightarrow{OH} = \left(\frac{4}{3}, -\frac{4}{3}, \frac{2}{3}\right)$

$\therefore |\overrightarrow{OH}| = \sqrt{\frac{16}{9}+\frac{16}{9}+\frac{4}{9}} = \frac{6}{3} = \underline{2}$ //



$\overrightarrow{PH} = \frac{1}{3}\overrightarrow{PR}$ より．

$\overrightarrow{PS} = -\overrightarrow{PR}$ となる点Sで最大となる．

$|\overrightarrow{PR}| = \sqrt{1^2+2^2+2^2} = 3$ より

$|\overrightarrow{SH}| = 4$，$|\overrightarrow{OH}| = 2$ より

$|\overrightarrow{OS}| = \sqrt{4^2+2^2} = \underline{2\sqrt{5}}$ //